ZOBRAZENÍ

A, B ... množiny, $A \times B$, $f \subseteq A \times B$

$\forall a \in A \ \exists!\, b \in B : (a,b) \in f$

$(f(a) = b,\ f : a \mapsto b)$

b je obraz a při f

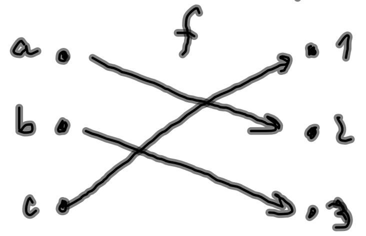
a je vzor b při f

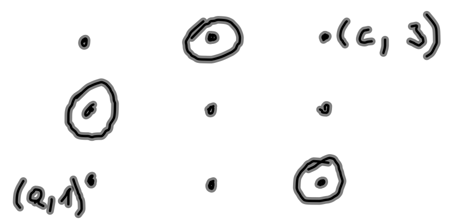
$X \subseteq A$, obraz množiny X při f je $f(X) = \{ f(a) \in B \mid a \in X \}$

$Y \subseteq B$, vzor množiny Y při f je

$$f^{-1}(Y) = \{ a \in A \mid f(a) \in Y \}$$

$A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $f : A \to B$





$Y \subseteq B$, $Y = \{1, 2\}$, $f^{-1}(Y) = \{a, c\}$

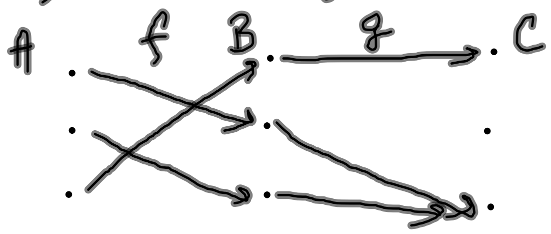
SKLÁDÁNÍ RELACÍ

$\rho \subseteq A \times B$, $\sigma \subseteq B \times C$

$\sigma \circ \rho \subseteq A \times C$ je složená relace

$\sigma \circ \rho = \{(a,c) \in A \times C \mid \exists b \in B : (a,b) \in \rho \wedge (b,c) \in \sigma\}$

$f : A \to B$, $g : B \to C$



$g \circ f \subseteq A \times C$ je zobrazení

$(g \circ f)(a) = g(f(a))$

Tvrzení Buďte $f : A \to B$, $g : B \to C$, $h : C \to D$. Pak $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$.

Důkaz

$$((h \circ g) \circ f)(a) = (h \circ g)(f(a)) =$$
$$= h(g(f(a))) = h((g \circ f)(a)) =$$
$$= (h \circ (g \circ f))(a)$$

$f: A \to B$ se nazývá

- injekce (prosté), když platí $\forall\, a, b \in A$

  $a \neq b \Rightarrow f(a) \neq f(b)$

- surjekce (na), když

  $\forall\, y \in B\ \exists\, x \in A : f(x) = y$.

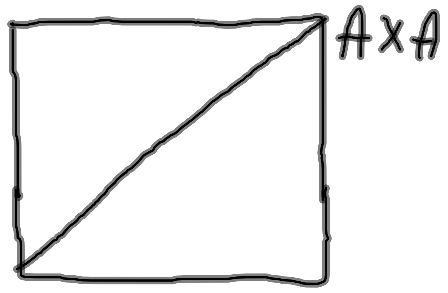
- bijekce, když $\forall\, b \in B\ \exists!\, a \in A : f(a) = b$

  (injekce a zároveň surjekce).

RELACE EKVIVALENCE

$\rho \subseteq A \times A$ je

- reflexivní, když $\forall a \in A$ platí $(a,a) \in \rho$
- symetrická, když $\forall a,b \in A : (a,b) \in \rho \Rightarrow (b,a) \in \rho$
- transitivní, když $\forall a,b,c \in A : (a,b) \in \rho \wedge (b,c) \in \rho \Rightarrow (a,c) \in \rho$

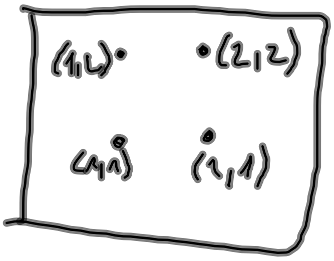


$\{(a,a) \in A \times A \mid a \in A\}$ se nazývá diagonála

Relace ρ na množině A je relace ekvivalence, když je reflexivní, symetrická a transitivní.

MATICE

Matice nad polem P je tabulka.



$\xrightarrow{A} P \qquad A = (a_{ij})$

Matice typu $m \times n$ je tabulka, která má m řádků a n sloupců.

čtvercová matice ... $m = n$

a_{ij} ... označuje prvek matice v i-tém řádku a j-tém sloupci.

diagonální ... $i \neq j \Rightarrow a_{ij} = 0$ $\qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

jednotková ... diagonální a $a_{ii} = 1$ $\qquad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

nulová ... $a_{ij} = 0 \ \forall i, j$

Elementární řádkové úpravy

1) výměna dvou řádků
2) vynásobení i-tého řádku prvkem $c \in P$, $c \neq 0$.
3) přičtení c-násobku i-tého řádku k j-tému řádku.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$